

# TD d'ordonnancement temps réel monoprocasseur

F. Singhoff

7 janvier 2005

## 1 Rappels de cours

### 1.1 Modèles de tâches

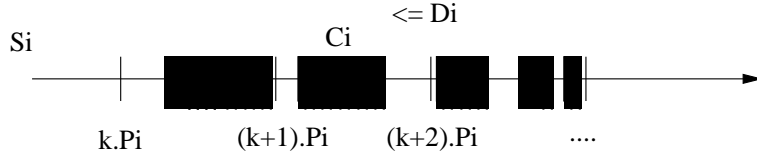


FIG. 1 – Une tâche périodique

1. Périodiques. Une tâche périodique fait l'objet de plusieurs activations successives. Elle est définie par les paramètres  $S_i$  (date d'arrivée de la tâche dans le système),  $C_i$  (capacité de la tâche),  $P_i$  (période d'activation de la tâche), et  $D_i$  (délai critique exprimé relativement à  $P_i$ ). Les tâches périodiques sont généralement avec garantie des contraintes temporelles.
2. Apériodiques. Une tâche apériodique  $i$  est activée une seule fois et est définie par les paramètres  $S_i$  (date d'arrivée de la tâche dans le système),  $C_i$  (capacité de la tâche),  $R_i$  (date d'exécution au plus tôt de la tâche) et  $D_i$  (délai critique). Les tâches apériodiques sont généralement sans garantie des contraintes temporelles.
3. Sporadique : idem périodique mais  $P_i$  constitue un délai minimum inter-activations.

### 1.2 L'algorithme RM

#### Fonctionnement

La phase de calcul d'informations d'ordonnancement consiste à associer à chaque tâche une priorité fixe inversement proportionnelle à sa périodicité.

La phase d'élection consiste à élire la tâche de plus forte priorité.

#### Tests de l'ordonnançabilité

##### Hypothèses : tâches indépendantes et périodiques. Algorithmes préemptifs.

1. Test sur le taux d'utilisation avec  $D_i = P_i$  :  $\sum_{i=1}^n \frac{C_i}{P_i} \leq n(2^{(1/n)} - 1)$  condition suffisante mais non nécessaire.
2. Utilisation de la période d'étude : ordonnancement à comportement cyclique (propriété du modèle périodique). Période d'étude =  $[0, PPCM(P_i)]$  (si  $\forall i : S_i = 0$ ).

3. Test sur le temps de réponse de la tâche  $i$  (noté  $TR_i$ ) [JOS 86]) avec  $D_i = P_i$  ;  
 $TR_i = C_i + \sum_{j \in hp(i)} \left\lceil \frac{TR_i}{P_j} \right\rceil C_j$ , à calculer par [AUD 93] :  $w_i^{n+1} = C_i + \sum_{j \in hp(i)} \left\lceil \frac{w_i^n}{P_j} \right\rceil C_j$ .  
Conditions d'arrêt : échec si  $w_i^n > P_i$ , réussite si  $w_i^{n+1} = w_i^n$ . On commence avec  $w_i^0 = C_i$ .

### 1.3 L'algorithme EDF

#### Fonctionnement

La phase de calcul d'informations d'ordonnancement consiste à déterminer une échéance. L'échéance  $D_i(t)$  d'une tâche  $i$  à l'instant  $t$  est égale à la somme de la date de début de l'activation courante à l'instant  $t$  et du délai critique  $D_i$ .

La phase d'élection consiste à élire la tâche de plus courte échéance.

#### Tests de l'ordonnabilité

##### Hypothèses : tâches indépendantes et périodiques. Algorithmes préemptifs.

1. Test sur le taux d'utilisation :
  - Cas  $D_i = P_i$  :  $\sum_{i=1}^n \frac{C_i}{P_i} \leq 1$  condition nécessaire et suffisante.
  - Cas  $D_i \leq P_i$  :  $\sum_{i=1}^n \frac{C_i}{D_i} \leq 1$  condition suffisante,  $\sum_{i=1}^n \frac{C_i}{P_i} \leq 1$  condition nécessaire uniquement.
2. Utilisation de la période d'étude (propriété du modèle périodique).

## 2 Exercices avec des tâches indépendantes

### Exercice 1 : Rate Monotonic

Soient trois tâches périodiques T1, T2 et T3 définies par les paramètres suivants :  $S_1 = S_2 = S_3 = 0, P_1 = 29, C_1 = 7, P_2 = 5, C_2 = 1, P_3 = 10, C_3 = 2$ . Les délais critiques sont égaux aux périodes (soient  $\forall i : D_i = P_i$ ).

1. Calculez le taux d'utilisation pour RM. Le jeu de tâches est-il ordonnable ?
2. Dessinez, sur les 30 premières unités de temps, l'ordonnancement généré par RM, d'abord avec la version préemptive, puis, avec la version non préemptive (vous commencerez à la date zéro). Que constatez-vous ?
3. Nous modifions la tâche T1 par  $P_1 = 30$  et  $C_1 = 6$  et la tâche T2 par  $C_2 = 3$ . Le jeu de tâches est dit "harmonique". En effet, chaque période du jeu de tâches est multiple avec les autres périodes. Refaite le test d'ordonnabilité par le taux d'utilisation. Puis, dessinez de nouveau l'ordonnancement généré par RM sur sa période d'étude (mode préemptif). Que constatez-vous ?
4. Confirmez ce dernier résultat en calculant le temps de réponse de chaque tâche.

### Exercice 2 : EDF

Soient trois tâches périodiques T1, T2 et T3 définies par les paramètres suivants :  $S_1 = S_2 = S_3 = 0, P_1 = 12, C_1 = 5, P_2 = 6, C_2 = 2, P_3 = 24, C_3 = 5$ . Les délais critiques sont égaux aux périodes (soient  $\forall i : D_i = P_i$ ).

1. Calculez le taux d'utilisation du processeur. Concluez sur l'ordonnabilité du jeu de tâches.
2. Déterminez le nombre d'unité de temps libre sur la période d'étude.
3. Confirmez les points précédents en dessinant, sur la période d'étude, l'ordonnancement généré par EDF, d'abord avec la version préemptive, puis, avec la version non préemptive.

- On considère maintenant le même jeu de tâches mais cette fois ci, deux tâches apériodiques TA1 et TA2 arrivent respectivement aux instants 7 et 12. Leurs capacités sont de 1 et 3 unités de temps. Leurs échéances interviennent aux instants 9 et 21. Le jeu de tâches est il ordonnable par EDF (mode préemptif) ? Dessinez l'ordonnancement sur les 30 premières unités de temps.

### Exercice 3 : serveurs de tâches apériodiques

Soient deux tâches périodiques définies par les paramètres suivants :  $S_1 = S_2 = 0, P_1 = 15, C_1 = 4, P_2 = 7, C_2 = 1$ . Les délais critiques sont égaux aux périodes (soient  $\forall i : D_i = P_i$ ). L'ordonnancement est effectué avec RM (mode préemptif).

On souhaite faire cohabiter des tâches apériodiques avec les tâches définies ci-dessus. Pour ce faire, on utilise la méthode du serveur par scrutation. Cette méthode consiste à dédier à une tâche périodique (tâche dite "serveur par scrutation") l'exécution des tâches apériodiques. A chaque activation du serveur par scrutation, celui-ci regarde si des tâches apériodiques sont arrivées **avant le réveil du serveur** (les tâches apériodiques doivent évidemment être prêtes). Le cas échéant, le serveur attribue du temps processeur à concurrence de la capacité du serveur : l'exécution d'une tâche apériodique peut être donc répartie sur plusieurs activations du serveur. Le temps de traitement nécessaire au serveur pour vérifier si des tâches apériodiques sont présentes est supposé comme nul : si le serveur est réveillé alors qu'aucune tâche apériodique n'est présente, alors, le serveur ne consomme pas de ressource processeur. La capacité du serveur est d'une unité de temps. Cette unité de temps est donc uniquement consacrée à l'exécution des tâches apériodiques.

- On suppose que le serveur par scrutation possède une période de 5 unités de temps. Le serveur arrive dans le système à l'instant zéro. Le jeu de tâches est il ordonnable ?
- On suppose maintenant que deux tâches apériodiques TA1 et TA2 arrivent respectivement aux instants 7 et 12. Leurs capacités sont de 1 et 3 unités de temps. Leurs échéances interviennent aux instants 9 et 21. Dessinez l'ordonnancement généré par le serveur par scrutation sur les 26 premières unités de temps.

### Exercice 4 : comparaison d'algorithmes

Soient deux tâches T1 et T2 définies par les paramètres suivants :  $S_1 = S_2 = 0, P_1 = 8, P_2 = 10, C_1 = 4$  et  $C_2 = 5$ . Les délais critiques sont égaux aux périodes (soient  $\forall i : D_i = P_i$ ).

- Dessinez sur les 24 premières unités de temps l'ordonnancement généré par EDF (en mode préemptif). Existe il des échéances manquées ?
- Dessinez sur les 24 premières unités de temps l'ordonnancement généré par RM (en mode préemptif). Existe il des échéances manquées ?
- Que constatez vous ? est ce surprenant ?

### Exercice 5 : comparaison d'algorithmes

Soient deux tâches T1 et T2 définies par les paramètres suivants :  $S_1 = S_2 = 0, P_1 = 9, P_2 = 8, C_1 = 4, C_2 = 3$ . Les délais critiques sont égaux aux périodes (soient  $\forall i : D_i = P_i$ ).

On se propose d'étudier un nouvel algorithme d'ordonnancement dynamique : LLF (Least Laxity First). Ce dernier effectue l'élection des tâches prêtes grâce à leur laxité. La laxité, comme l'échéance, est une information dynamique qui évolue dans le temps. La laxité  $L_i(t)$  d'une tâche  $i$  à l'instant  $t$  s'évalue par  $L_i(t) = D_i(t) - \text{reste}(C_i)$  où  $\text{reste}(C_i)$  est le reliquat de capacité à exécuter pour l'activation courante.

- Dessinez l'ordonnancement généré par EDF sur les 20 premières unités de temps (en mode préemptif).

2. Dessinez l'ordonnancement généré par LLF sur les 20 premières unités de temps (en mode préemptif).
3. Que constatez vous ? Conclure sur le choix entre ces deux algorithmes.

### 3 Exercices sur POSIX 1003b

#### Exercice 6 : politiques de gestion des files d'attente

Dans cet exercice, nous utilisons l'implantation des spécifications POSIX 1003b sur Linux. Sur Linux, il existe 100 niveaux de priorité : le niveau de priorité 0 est réservé à `SCHED_OTHER` et les niveaux de priorité 1 à 99 aux politiques `SCHED_FIFO` et `SCHED_RR`. Les tâches de priorité 99 sont les tâches de plus forte priorité. `SCHED_OTHER` est dédiée à l'ordonnanceur temps partagé. Le quantum utilisé par la politique `SCHED_RR` est d'une unité de temps. Pour simplifier, nous supposons que la politique `SCHED_OTHER` alloue le processeur de façon inversement proportionnel au temps processeur consommé par les tâches. L'ordonnancement est préemptif.

Nom	Capacité	Date d'arrivée	Priorité	Politique
other1	8	0	0	<code>SCHED_OTHER</code>
rr1	5	2	3	<code>SCHED_RR</code>
rr2	5	2	3	<code>SCHED_RR</code>
fifo1	3	4	5	<code>SCHED_FIFO</code>
fifo2	3	3	2	<code>SCHED_FIFO</code>
fifo3	2	4	5	<code>SCHED_FIFO</code>

Soit le jeu de tâches apériodiques ci-dessus. On suppose qu'une fois arrivée, les tâches sont toujours prêtes. Dessinez de l'instant 0 à l'instant 25, l'ordonnancement généré par l'ordonnanceur POSIX 1003b.

#### Exercice 7 : POSIX 1003b et tâches périodiques

Soient deux tâches périodiques T1 et T2 définies par les paramètres suivants :  $C1=1$ ,  $C2=2$ ,  $P1=8$ ,  $P2=7$ . Les tâches arrivent à l'instant 0. Les délais critiques sont égaux aux périodes

On considère un système POSIX 1003b offrant 32 niveaux de priorité (de 0 à 31). Les tâches de priorité 31 sont les tâches de plus forte priorité. Ce système propose les trois politiques POSIX 1003b `SCHED_FIFO`, `SCHED_RR` et `SCHED_OTHER`. Le quantum utilisé pour la politique `SCHED_RR` est d'une unité de temps. La politique `SCHED_OTHER` implante un algorithme d'ordonnancement pour les applications temps partagé. L'ordonnancement est préemptif.

- Le jeu de tâches périodiques est-il ordonnançable avec RM en mode préemptif ?
- En plus de T1 et de T2, on suppose que le système comprend les tâches apériodiques ci-dessous :

Nom	Capacité	Date d'arrivée	Priorité	Politique
fifo1	4	5	20	<code>SCHED_FIFO</code>
other1	5	0	0	<code>SCHED_OTHER</code>
fifo2	3	4	5	<code>SCHED_FIFO</code>
rr1	3	3	7	<code>SCHED_RR</code>
rr2	3	4	7	<code>SCHED_RR</code>

- Proposez pour T1 et T2 une priorité qui garantisse le respect de leurs contraintes temporelles conformément à la méthode RM et au système POSIX 1003b utilisé.
- Dessinez l'ordonnancement généré par l'ordonnanceur POSIX 1003b entre 0 et 30 unités de temps.

## 4 Exercices avec des tâches dépendantes

### Exercice 8 : contraintes de précedence

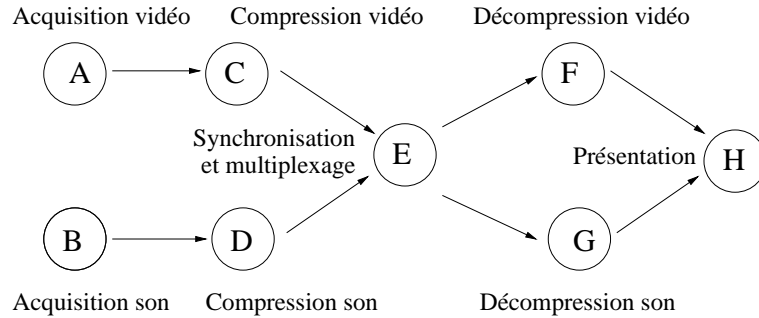


FIG. 2 – Une application multimédia

On s'intéresse à une application multimédia dont les traitements sont décrits par la figure 2. L'application est constituée de 8 tâches soumises à des contraintes de précedence. Les paramètres temporels de cette application sont donnés ci-dessous (exprimés en milli-secondes) :

Tâches	$S_i$	$C_i$	$D_i$
A	0	3	12
B	0	1	10
C	0	3	20
D	0	1	15
E	0	5	25
F	0	4	37
G	0	1	20
H	0	1	40

L'application étant par nature dynamique, nous utilisons un algorithme EDF préemptif. Le graphe de tâches est activé périodiquement toutes les 40ms.

1. Calculez le taux d'utilisation. Le jeu de tâches est-il ordonnançable si l'on ne tient pas compte des contraintes de précedence ? Rappel : un taux d'utilisation ne peut être exploité que sur des tâches indépendantes.
2. Confirmez en dessinant la séquence d'ordonnancement sur la période d'étude. L'ordonnancement généré par EDF est-il conforme aux besoins de l'application ?
3. Utilisez la méthode de Blazewicz/Chetto pour supprimer les contraintes de précedence.
4. Calculez de nouveau le taux d'utilisation et redessinez l'ordonnancement ainsi généré sur sa période d'étude. Conclure sur l'ordonnançabilité de l'application.

### Exercice 9 : prise en compte des ressources

Dans cet exercice, on souhaite montrer l'impact d'une inversion de priorité sur l'ordonnancement d'un jeu de tâches. Soient trois tâches définies par les paramètres suivants :  $S_1 = S_2 = S_3 = 0$ ,  $P_1 = 6$ ,  $C_1 = 2$ ,  $P_2 = 8$ ,  $C_2 = 2$ ,  $P_3 = 12$  et  $C_3 = 5$ . Les délais critiques sont égaux aux périodes (soient  $\forall i : D_i = P_i$ ). On utilise RM pour ordonner les tâches (mode préemptif).

Les tâches T1 et T3 se partagent une ressource qu'elles accèdent en exclusion mutuelle. T1 accède à la ressource durant la deuxième unité de temps de sa capacité. T3 accède à la ressource durant la totalité de sa capacité.

1. Dessinez sur la période d'étude l'ordonnancement généré par RM. Vous indiquerez les moments d'accès exclusif à la ressource ainsi que le moment où l'inversion de priorité intervient.

2. On suppose que l'on utilise la méthode d'héritage simple (une tâche qui bloque une autre plus prioritaire qu'elle, exécute la section critique avec la priorité de la tâche bloquée). Redessinez l'ordonnancement sur la période d'étude et indiquez le moment sur le graphe où l'inversion de priorité est évitée.
3. Donnez la valeur de  $B_1$ ,  $B_2$  et  $B_3$ .

## 5 Exercices de modélisation

Ces derniers exercices sont des exercices de modélisation : il existe donc plusieurs solutions plus ou moins satisfaisantes.

### Exercice 10 : les p'tits navions

On souhaite organiser le partage d'une piste de l'aéroport de Brest entre deux compagnies aériennes. La première compagnie dessert une ligne nationale vers Paris. La seconde dessert une ligne internationale.

La piste est allouée à un avion pendant son atterrissage mais aussi pendant sa phase d'approche. Ces deux étapes durent respectivement 20 minutes et 10 minutes et ce quelque soit l'avion.

Pour la ligne nationale, un atterrissage s'effectue toutes les deux heures. La ligne internationale requiert un atterrissage toutes les cinq heures. En outre, une fois par heure, la piste doit être inspectée par une équipe d'entretien au sol. Ce travail d'entretien dure 30 minutes.

- Proposez une solution pour partager la piste entre les différents intervenants pendant une journée complète. Vous donnerez la liste des tâches de ce système ainsi que le chronogramme décrivant le partage de la piste.

**Vous utiliserez un des algorithmes d'ordonnancement étudié en cours. Vous justifierez le choix de l'algorithme et la façon dont vous modélisez les tâches. Tout résultat non justifié sera compté comme faux.**

On souhaite modéliser l'entretien de la piste non pas par une tâche mais par quatre tâches. En effet, en pratique, l'entretien de la piste est réalisé en quatre phases (dans cet ordre) :

- Une phase préparatoire (distribution du matériel, etc) qui dure 5 minutes.
- L'entretien à proprement dit qui est effectué par deux équipes :
  1. La première vérifie l'absence d'objet sur la piste. Elle doit terminer son travail 15 minutes après le début de l'entretien de la piste.
  2. La deuxième s'occupe des systèmes de signalisation. Elle doit terminer son travail 30 minutes après le début de l'entretien.

Chaque équipe requiert 10 minutes pour effectuer sa tâche.

- Une phase de contrôle effectuée par une troisième équipe qui intervient lorsque les deux premières équipes ont terminé leur tâche. Le contrôle dure 5 minutes.

On suppose que ces 4 phases ne peuvent utiliser la piste en même temps.

Déterminez les paramètres de ces quatre tâches. **Justifiez vos réponses.**

### Exercice 11 : la secrétaire (virtuelle) du DESS

Il est conseillé de lire toutes les questions avant de commencer.

Imaginons qu'une secrétaire soit affectée au DESS. On vous demande alors d'organiser sa journée de travail qui commence à 13h et se termine à 19h.

La secrétaire doit réaliser un certain nombres de tâches dans sa journée :

- Tout d'abord, elle doit trier et distribuer le courrier. Le courrier arrive à 13h et à 16h. Le courrier de 13h doit être distribué avant 16h et celui de 16h doit être distribué avant 19h. Cette tâche lui demande 30 minutes à chaque fois.
  - Elle a aussi pour charge la réalisation de l'emploi du temps ; ce qui lui demande 2h et 30 minutes de travail.
  - De même, elle doit gérer l'accueil des élèves et répondre, tant que possible, à leur demande administrative.
  - Enfin, son contrat de travail lui octroie des pauses tout au long de la journée. Pour chaque période de 2h, elle peut stopper le travail pendant 15 minutes. Le service disposant d'une badgeuse, elle peut fractionner ses pauses de 15 minutes comme bon lui semble du moment qu'elle ne dépasse pas 15 minutes toutes les 2h.
- Dans un premier temps, on ne tient pas compte du travail que nécessite l'accueil des élèves. On considère que la secrétaire est capable d'interrompre la réalisation d'une tâche si une autre plus prioritaire intervient. La secrétaire peut-elle effectuer sa charge de travail tout en respectant les contraintes temporelles ? Donnez l'emploi du temps de la secrétaire. Vous utiliserez un des algorithmes d'ordonnancement vu en cours.
- Pour améliorer ses performances, son supérieur hiérarchique lui propose de ne plus s'interrompre, lorsqu'elle a déjà démarré une tâche, pour exécuter une autre plus prioritaire. Si l'on considère que le temps pour passer d'un traitement à un autre est négligeable, pensez-vous que ce conseil soit judicieux ?

Nom de l'élève	Temps de service nécessaire	Heure d'arrivée	Durée après laquelle l'élève s'impatiente
Mlle Sidonie	15mn	13h	15mn
Mlle Aglaé	30mn	16h	1h30mn
M Caliméro	15mn	17h45	30 mn

On prend maintenant en compte l'accueil des élèves. Les moments d'arrivée des élèves, leur temps de service et le délai au-delà duquel ils s'impatientent sont données par le tableau ci-dessus.

Trouver un ordonnancement (ordonnancement préemptif avec temps de commutation négligeable) qui permette à la secrétaire de respecter ses différentes contraintes de temps tout en servant les élèves avant qu'ils ne s'impatientent. Votre solution doit absolument garantir le respect des contraintes temporelles pour la distribution du courrier, l'élaboration des emplois du temps et les pauses de la secrétaire ; quitte, le cas échéant, à ne pas pouvoir servir les élèves à temps (et ce, quelque soit la loi d'arrivée des élèves). Justifier votre solution.

## 6 Exercices complémentaires

### Exercice 12 : comparaison PIP et PCP

L'exercice 9 présentait le protocole d'héritage simple (aussi appelé PIP pour Priority Inheritance Protocol). Dans l'exercice 12, nous montrons un des défauts de ce protocole et une de ses évolutions très souvent implantée dans les systèmes d'exploitation temps réel : le protocole PCP (pour Priority Ceiling Protocol).

Soient deux tâches définies par les paramètres suivants :  $S_1 = 0, S_2 = 2, P_1 = 31, C_1 = 8, P_2 = 30$  et  $C_2 = 8$ . Les délais critiques sont égaux aux périodes (soient  $\forall i : D_i = P_i$ ). On utilise Rate Monotonic pour ordonnancer les tâches (mode préemptif).

Les tâches T1 et T2 accèdent à 2 ressources partagées : R1 et R2. T1 accèdent à R1 des unités de temps 2 à 8 incluses de sa capacité. T1 accèdent à R2 des unités de temps 4 à 8 incluses de sa capacité. T2 accèdent à R1 des unités de temps 6 à 8 incluses de sa capacité. T2 accèdent à R2 des unités de temps 2 à 8 incluses de sa capacité.

1. Dessinez sur le 30 premières unités de temps l'ordonnancement généré par RM en appliquant le protocole PIP. Que se passe t il de remarquable ?

On suppose maintenant que l'on applique le protocole PCP qui fonctionne de la façon suivante :

- Une priorité (information désignée par le terme de **plafond de priorité**) est associée à chaque ressource. Cette priorité est égale à la plus grande priorité des tâches qui accèdent à la ressource. Cette information est statique.
- Une tâche qui bloque une autre plus prioritaire qu'elle, exécute la section critique avec la priorité de la tâche bloquée (héritage de priorité comme dans PIP).
- Lorsqu'une tâche tente d'accéder à une ressource (opération de prise d'un sémaphore), elle reste bloquée si **sa priorité actuelle n'est pas strictement supérieure à tous les plafonds de priorité des ressources précédemment allouées par d'autres tâches**. C'est cette nouvelle condition de blocage qui constitue la différence essentielle entre PIP et PCP.

2. Re-dessinez le chronogramme sur les 30 premières unités de temps lorsque les ressources sont gérées grâce à PCP.

## 7 Références bibliographiques

Les exercices de ce TD sont inspirés de ceux trouvés dans [COT 00, DEM 99, BUR 97, KRI 97]. A consulter pour des exercices supplémentaires.

- [AUD 93] N. Audsley, A. Burns, M. Richardson, K. Tindell, and J. Wellings. « Applying New Scheduling Theory to static priority pre-emptive scheduling ». *Software Engineering Journal*, 8(5) :284–292, 1993.
- [BUR 97] A. Burns and A. Wellings. *Real-time Systems and Programming Languages*. Addison Wesley, 1997.
- [COT 00] F. Cottet, J. Delacroix, C. Kaiser, and Z. Mammeri. *Ordonnancement temps réel*. Hermès, 2000.
- [DEM 99] I. Demeure and C. Bonnet. *Introduction aux systèmes temps réel*. Collection pédagogique de télécommunications, Hermès, septembre 1999.
- [JOS 86] M. Joseph and P. Pandya. « Finding Response Time in a Real-Time System ». *Computer Journal*, 29(5) :390–395, 1986.
- [KRI 97] C. M. Krishna and K. G. Shin. *Real-Time Systems*. Mc Graw-Hill International Editions, 1997.